المحاضرة الثالثة

المادة المساحة العالية

الصف الثاني

حيث ان علوم هندسة المساحة تتعامل مع القياسات الحقلية التي تخضع لانواع مختلفة من الاخطاء كما في ادنـ ـاه فـ ـان علم تصحيح القياسات ونظرية الاخطاء من العلوم الاساسية في هذا الاختصاص لانه في أي مشروع هندسي مسـ ـاحي يجب أن يمتلك العمل دقة معينة بحيث أن النتائج يؤخذ بها ويعتمد عليها بقدر عالي من الثقة، ومن الاسباب التي تمنعنا من الحصول على دقة مطلقة هي:

- محددات الأجهزة
- عدم قدرة الراصد على جعل قياساته مثالية
- الاختلافات في الظروف المناخية
- خلل أو قصور في البيانات المحسوبة أو المشتقة

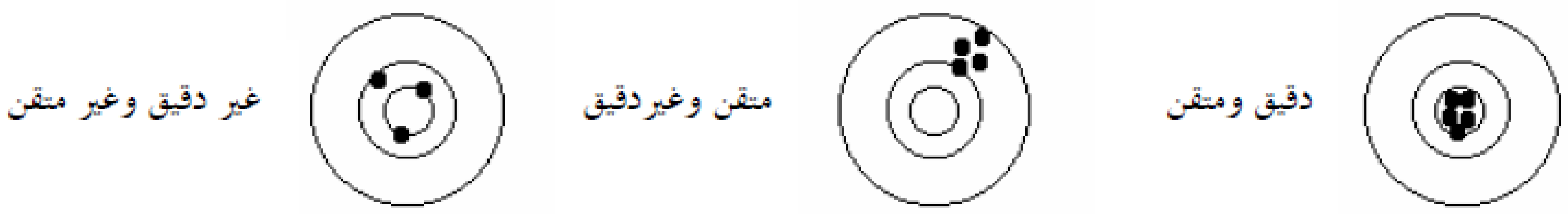
وكلما كانت الدقة المطلوبة اكثر كان الوقت اللازم لإنجازها اكبروالاجهزة المستخدمة اكثر دقة والضروف المناخيـ ـة اكثر استقرارا والراصد اكثر حرصا.ان فهم الموضوع يتطلب خلفية علمية في علم الاحصاء وجبر المصفوفات اضـ ـافة الى مواضيع المساحة العالية ولكننا سنعرج على بعض التعاريف المهمة.

الدقة Accuracy

وهي مقياس لعدم وجود خطأ وهي محاولة لتقدير الاختلاف بين القيمة المقيسة والصحيحة **true**، وبـ الرغم مـ ن إن الدقة المطلقة غير ممكنة أبدا" فأن الدقة النسبية يمكن أن تقدر بمقارنة مقياس كمية مع قيمتها المشتقة بطريقة اكثر دقـ ـة وهذا الاختلاف يفسر عادة (نسبة الخطأ) أي **x :1** وهو نسبة الخطـ أ إلى حجـ ـم الكميـ ـة ويسـ ـمى **Relative accuracy**

الإتقان Precision

هو درجة الانسجام والتجانس بين القياسات في سلسلة من الرصدات ويمكن ان نتبين الفرق بين الدقة والاتقان من الشكل التالي الذي يمثل هدف رماية



الخطأ والدقة تربطهما علاقة عكسية والخطأ الحقيقي لرصده واحدة لا يمكن ايجاده

Types of error

تصنيف الأخطاء:

يمكن أن تصنف كالآتي

1-الأغلاط **Mistakes**: وهي أخطاء يمكن تجنبها حيث لا تتبع أي قانون كالأخطاء بالتسجيل أو القراءة ويمكن تجنبها باتباع طرق منظمة بالقياس وتسمى احيانا **gross errors or blunders**

2-الأخطاء النظامية **Systematic error**:

وهي أخطاء تتبع قانونا فيزياويا معينا وبالتالي يمكن التحقق منها. بعض هذه الاخطاء تزال باتباع اسـ اليب قيـ ـاس سليمة (كمساواة المسافتين الامامية والخلفية في عملية التسوية التفاضلية لتعويض تكور الارض والانكسار) والبعض الاخر تزال باشتقاق تصحيحات تعتمد على الظروف الفيزياوية التي خلقتها (كتطبيـ ـق تصـ ـحيح تكـ ـور الارض في التسوية المثلثية) ومن الامثلة الاخرى لهذا النوع من الاخطاء:استخدام مسطرة تسوية لاقياسية. وفي النهاية فان هـ ـذه الاخطاء يمكن حسابها والتخلص منها وتمتاز بانها اما موجبة + او سالبة –.

3-الأخطاء العشوائية **Random errors**:

وهي أخطاء لا يمكن تفاديها بالقياس وهي تمثل الخطأ المتبقي**(residual)** بعد إزالة كل أنواع الأخطاء النظامـ ـة والاغلاط وتحصل في كل القياسات بسبب محددات الآلة والراصد معا ومع ظروف أخرى متعددة ويمكن ان تكـ ـون موجبة او سالبة ولا تتبع قانونا فيزياويا معينا ولذا فهي تعالج بقوانين الاحتمالية في الإحصـ ـاء وفي حالـ ـة الرصـ ـدات المتتالية يمكن تقليل تأثيرها بأخذ المعدل، ومن امثلتها عدم تمركـ ـز الجهـ ـاز **E.D.M** فـ ـوق الخطـ ـة اثنـ ـاء قيـ ـاس المسافة.وتسمى احيانا الاخطاء العرضية **accidental errors**

4-الخطأ المتبقي **Residual(v)**:

وهو مصطلح مماثل لكلمة **error** ويمثل الفرق بين القيمة الاكثر احتمالا وبين الرصدات

$$V = m.p.v. - \text{observed value}$$

مقاييس الدقـ . . . ة

- **Arithmetic mean**: المعدل الحسابي

لكمية ما تم قياسها **n** من المرات تحت ظروف ثابتة فأن المعدل لها

$$x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (n \to \infty)$$

- **Variance** (σ^2) التباين

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

ويمثل المعدل النظري لمربعات الأخطاء

- **Standard deviation** الانحراف المعياري

وهو الجذر التربيعي للتباين(±)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad when \quad n \le 30$$

- الخطأ المعياري **Standard Error**

$$\delta x = \sigma / \sqrt{n} = \left(\frac{\sum v_i^2}{n(n-1)} \right)^{1/2}$$

وهو يمثل الانحراف المعياري للمعدل

مثال: تم قياس خط القاعدة **AB** بالأمتار عشر مرات كالآتي

126.342	**126.349**	**126.351**	**126.345**	**126.348**
126.350	**126.348**	**126.352**	**126.345**	**126.348**

أوجد القيمة الأكثر احتمالية والانحراف المعياري والخطأ المعياري للمعدل؟

الحل:

$$1 - \qquad \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 126.348 \quad m$$

$$2 - \qquad \delta x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2}{n-1}} = \mp 3.05 \quad mm$$

$$3 - \qquad \delta \bar{x} = \frac{\delta x}{\sqrt{n}} = \mp 0.96 \quad mm$$

$$\therefore \quad AB = 126.348 \ m \mp 0.96 \quad mm$$

الأرصاد الموزونة **weighted measurement**

عندما تكون الارصادات ليست بنفس الدقة فان الوزن يجب أن يوضع لكل من هذه الارصادات وهذا الـ وزن هـ و مقياس لواقعية قيمة واحدة مقارنة مع الأخرى وكلما كانت الدقة أعلى كان الوزن أعلى ويرمز لل وزن بـ الرمز **w** ويتناسب طرد يا مع عدد الارصادات **(w α n)** على اعتبار أن الدقة متساوية. الوزن يتناسب عكسيا مع مربع الخطأ المعياري للقياسات **(w α 1/(δx)^2)**.

مع وجود الارصادات $x_1, x_2, x_3, ...x_n$ والتي لها الأوزان w_1, w_2, w_3, w_n

فأن القيمة الأكثر احتمالية المعروفة بالمصطلح المعدل الموزون **Weighted mean**

$$\bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots\ldots \; w_n x_n}{w_1 + w_2 + \ldots\ldots \; w_n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (w_i x_i)}{\sum_{i=1}^{n} w_n}$$

Example 1.1. The following are the observations made on the same angle:

47°26′13″	47°26′18″
47°26′10″	47°26′15″
47°26′16″	47°26′12″
47°26′09″	47°26′15″
47°26′18″	47°26′14″

Determine

(a) the most probable value of the angle,

(b) the range,

(c) the standard deviation,

(d) the standard error of the mean, and

(e) the 95% confidence limits.

For convenience in calculation of the required quantities let us tabulate the data as in Table 1.1. The total number of observations $n = 10$.

(a) Most probable value $= \hat{x} = 47°26'14''$

(b) Range $= 47°26'18'' - 47°26'09'' = 9''$

(c) Standard deviation

$$\sigma = \pm\sqrt{\left[\frac{\Sigma\upsilon^2}{(n-1)}\right]}$$

$$= \pm\sqrt{\left[\frac{84}{(10-1)}\right]} = \pm 3.1''.$$

(d) Standard error of mean

Table 1.1

Observed angles (x)	$(\hat{x}-x)=\upsilon$	$(\hat{x}-x)^2=\upsilon^2$
47°26'13″	+ 1	1
10″	+ 4	16
16″	− 2	4
09″	+ 5	25
18″	− 4	16
18″	− 4	16
15″	− 1	1
12″	+ 2	4
15″	− 1	1
14″	0	0
Σ = 140″	Σ = 0	Σ = 84

$$\sigma_m = \pm\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= \pm\frac{3.1}{\sqrt{10}} = \pm 1.0''.$$

Example An angle was measured with different weights as follows: Determine

(a) the most probable value of the angle,

(b) the standard deviation of an obsevation of unit weight,

(c) the standard deviation of an observation of weight 3, and

(d) the standard error of the weighted mean.

Angle	Weight (ω)
86°47′25″	1
86°47′28″	3
86°47′22″	1
86°47′26″	2
86°47′23″	4
86°47′30″	1
86°47′28″	3
86°47′26″	3

Solution: Tabulating the data and the weighted results working from a datum of 86°47′, we get the values as given in Table

(a) The most probable value of the angle is the weighted mean

$$\bar{x}_\omega = \text{Datum} + \frac{\Sigma(\omega x)}{\Sigma \omega}$$

$$= 86°47' + \frac{467}{18} = 86°47'25.9''$$

(b) Standard deviation of an observation of unit weight

$$\sigma_u = \pm\sqrt{\left[\frac{\Sigma(\omega v^2)}{(n-1)}\right]} = \pm\sqrt{\frac{93}{(8-1)}} = \pm 3.64''.$$

Observed angle	x	ω	ωx	υ	$\omega\upsilon^2$
86°47′25″	25	1	25	+ 1	1
86°47′28″	28	3	84	– 2	12
86°47′22″	22	1	22	+ 4	16
86°47′26″	26	2	52	0	0
86°47′23″	23	4	92	+ 3	36
86°47′30″	30	1	30	– 4	16
86°47′28″	28	3	84	– 2	12
86°47′26″	26	3	78	0	0
	$\Sigma=208$	$\Sigma=18$	$\Sigma=467$		$\Sigma=93$

$$\hat{x} = \frac{208}{8} = 26$$

Thank you